

# Índice

---

<b>Introducción</b> . . . . .	v
<b>1. Espacio topológico</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1. Espacio topológico . . . . .	1
1.2. Base de una topología . . . . .	6
1.3. Subbase de una topología . . . . .	20
1.4. Entorno de un punto. Base de entornos . . . . .	22
1.5. Subespacio topológico . . . . .	29
1.6. Interior y adherencia de un conjunto . . . . .	33
1.7. Sucesión convergente . . . . .	42
1.8. Ejercicios . . . . .	45
<b>2. Espacio métrico</b> . . . . .	<b>53</b>
2.1. Distancia y ejemplos . . . . .	53
2.2. Topología en un espacio métrico . . . . .	59
2.3. Interior y adherencia en espacios métricos . . . . .	68
2.4. Sucesión convergente en un espacio métrico . . . . .	71
2.5. Ejercicios . . . . .	77
<b>3. Aplicación continua</b> . . . . .	<b>83</b>
3.1. Aplicación continua . . . . .	83
3.2. Álgebra de las aplicaciones continuas . . . . .	92

---

3.3. Continuidad y espacios métricos . . . . .	98
3.4. Ejercicios . . . . .	101
<b>4. Homeomorfismos entre espacios topológicos</b>	<b>105</b>
4.1. Homeomorfismo . . . . .	106
4.2. Ejemplos de homeomorfismos . . . . .	115
4.3. Embebimiento, aplicación abierta y aplicación cerrada . . . . .	125
4.4. Ejercicios . . . . .	131
<b>5. Topología producto y topología inicial</b>	<b>135</b>
5.1. Topología producto . . . . .	136
5.2. Topología producto y continuidad . . . . .	145
5.3. Topología inicial y producto topológico generalizado . . . . .	155
5.4. Grupo topológico . . . . .	163
5.5. Ejercicios . . . . .	173
<b>6. Conexión</b>	<b>179</b>
6.1. Espacio conexo . . . . .	180
6.2. Más propiedades de conexión . . . . .	190
6.3. Conexión y producto topológico . . . . .	196
6.4. Componente conexa . . . . .	200
6.5. Conexión local . . . . .	206
6.6. Conexión por arcos . . . . .	211
6.7. Ejercicios . . . . .	218
<b>7. Separación y numerabilidad</b>	<b>223</b>
7.1. Los axiomas $T_0$ y $T_1$ . . . . .	223
7.2. El axioma Hausdorff . . . . .	226
7.3. El axioma de separación $T_3$ . . . . .	230
7.4. El axioma de separación $T_4$ . . . . .	233

---

7.5. Axiomas de separación y grupos topológicos . . . . .	244
7.6. Los axiomas de numerabilidad $ANI$ y $ANII$ . . . . .	245
7.7. Espacios separables y Lindelöf . . . . .	251
7.8. Ejercicios . . . . .	255
<b>8. Compacidad</b> . . . . .	<b>257</b>
8.1. Espacio compacto . . . . .	258
8.2. Compacidad y espacios métricos . . . . .	266
8.3. Compacidad y axiomas de separación . . . . .	269
8.4. Compacidad local . . . . .	272
8.5. Compactificación de un espacio topológico . . . . .	277
8.6. Ejercicios . . . . .	286
<b>9. Topología cociente</b> . . . . .	<b>289</b>
9.1. Espacio cociente . . . . .	291
9.2. Homeomorfismos en espacios cocientes . . . . .	301
9.3. Topología del espacio proyectivo . . . . .	310
9.4. Cónicas y cuádricas proyectivas . . . . .	319
9.5. Una introducción a las superficies compactas . . . . .	321
9.6. Apéndice: relaciones de equivalencia . . . . .	328
9.7. Ejercicios . . . . .	334
<b>10. Espacio homogéneo</b> . . . . .	<b>337</b>
10.1. Grupo cociente . . . . .	337
10.2. Acción de un grupo sobre un espacio topológico . . . . .	346
10.3. Ejemplos de acciones sobre un espacio topológico . . . . .	350
10.4. Conexión de $O(n)$ y $Gl(n, \mathbb{R})$ . . . . .	355
10.5. Ejercicios . . . . .	358
<b>11. Grupo fundamental</b> . . . . .	<b>361</b>

---

11.1. Lazos y homotopías . . . . .	362
11.2. Grupo fundamental de $\mathbb{S}^1$ . . . . .	369
11.3. Grupo fundamental de $\mathbb{S}^n$ . . . . .	375
11.4. Retracciones . . . . .	377
11.5. Teorema de Borsuk-Ulam . . . . .	382
11.6. Grupo fundamental de un grupo topológico . . . . .	386
11.7. Ejercicios . . . . .	388
<b>Bibliografía y otras referencias</b>	<b>391</b>
<b>Índice alfabético</b>	<b>393</b>