

ÍNDICE

PRÓLOGO	13
TEMA 1. CONCEPTOS BÁSICOS.....	15
1.1. Propiedades geométricas	15
1.2. Formas geométricas	17
1.3. Transformaciones geométricas	19
1.3.1. Definición.....	19
1.3.2. Elementos dobles. Transformación idéntica	19
1.3.3. Producto de transformaciones. Transformación involutiva.....	19
1.3.4. Clasificación de las transformaciones.....	20
1.3.5. Congruencia e igualdad	20
1.4. Elementos impropios.....	20
1.4.1. Punto impropio.....	20
1.4.2. Recta impropia.....	21
1.4.3. Plano impropio	22
1.5. Formas impropias	22
1.6. Incidencia. Principio de dualidad	23
1.7. Ordenación y separación de elementos	24
1.8. Operaciones proyectivas	24
1.9. Perspectividad	26
1.10. Formas superpuestas.....	28
TEMA 2. FORMAS DE PRIMERA CATEGORÍA	29
2.1. Introducción.....	29
2.2. Series rectilíneas	29
2.2.1. Segmento orientado. Abscisas naturales	29
2.2.2. Razón simple de tres puntos colineales. Abscisa baricéntrica	31
2.2.3. Razón doble de cuatro puntos colineales. Abscisa proyectiva.....	33
2.3. Haces de rectas y planos.....	39
2.3.1. Razón simple de tres rectas de un haz	39
2.3.2. Razón doble de cuatro rectas de un haz.....	41
2.3.3. Razón doble de cuatro planos de un haz.....	44
2.3.4. Correspondencia anarmónica y armónica.....	45
2.4. Series y haces en figuras planas.....	45
2.4.1. Polígonos simples y completos.....	45
2.4.2. Cuadrilátero completo.....	45
2.4.3. Cuadrivértice completo	47
2.5. Ejercicios	50
2.5.1. Enunciados.....	50
2.5.2. Resoluciones	53

TEMA 3. PROYECTIVIDAD ENTRE FORMAS DE PRIMERA CATEGORÍA.....	59
3.1. Definición de proyectividad	59
3.2. Teorema fundamental de la proyectividad.....	60
3.3. Clasificación de la proyectividad	61
3.4. Perspectividad de series y haces proyectivos	61
3.4.1. Perspectividad de series proyectivas	62
3.4.2. Perspectividad de haces proyectivos	62
3.5. Construcción de elementos homólogos en una homografía	63
3.5.1. Homografía entre series rectilíneas perspectivas.....	63
3.5.2. Homografía entre series rectilíneas proyectivas	64
3.5.3. Homografía entre haces de rectas perspectivas	67
3.5.4. Homografía entre haces de rectas proyectivos	68
3.6. Puntos límites.....	71
3.6.1. Series perspectivas.....	72
3.6.2. Series proyectivas	72
3.7. Construcción de elementos homólogos en una homografía de formas superpuestas	73
3.7.1. Series rectilíneas	73
3.7.2. Haces de rectas	78
3.8. Series semejantes	81
3.8.1. Definición	81
3.8.2. Propiedades	82
3.8.3. Construcción de una semejanza	82
3.9. Proyectividad entre formas de primera categoría en el espacio	85
3.10. Ejercicios	89
3.10.1. Enunciados	89
3.10.2. Resoluciones	94
TEMA 4. PROYECTIVIDAD ENTRE FORMAS DE SEGUNDA CATEGORÍA. HOMOLOGÍA PLANA Y AFINIDAD.....	101
4.1. Introducción	101
4.2. Correspondencia de formas de segunda categoría	101
4.3. Proyectividad de formas planas	102
4.4. Teorema fundamental de la proyectividad.....	102
4.5. Determinación de la proyectividad	103
4.6. Homografía de formas planas superpuestas	104
4.7. Homología de formas planas superpuestas.....	105
4.7.1. Teorema de Desargues	105
4.7.2. Generalización del Teorema de Desargues. Homología plana	106
4.7.3. Rectas límite.....	107
4.7.4. Homologías particulares	110
4.7.5. Determinación y construcción de una homología	113
4.7.6. Construcción de figuras homológicas	118
4.7.7. Determinación de homologías que cumplan propiedades.....	122
4.7.8. Producto de homologías	126

4.8. Afinidad de formas planas superpuestas.....	127
4.8.1. Definición.....	127
4.8.2. Propiedades.....	127
4.8.3. Determinación y construcción de una afinidad.....	128
4.8.4. Construcción de figuras afines.....	131
4.8.5. Determinación de afinidades que cumplan propiedades.....	132
4.8.6. Producto de afinidades.....	135
4.9. Homografía de formas planas en el espacio.....	136
4.9.1. Homología entre formas planas perspectivas no superpuestas.....	136
4.9.2. Producto de homologías de eje común.....	137
4.9.3. Aplicaciones.....	139
4.10. Ejercicios.....	152
4.10.1. Enunciados.....	152
4.10.2. Resoluciones.....	160
TEMA 5. SERIES Y HACES DE SEGUNDO ORDEN.....	169
5.1. Series y haces circulares.....	169
5.1.1. Serie circular.....	169
5.1.2. Haz circular.....	170
5.2. Series y haces de segundo orden.....	170
5.2.1. Definiciones.....	170
5.2.2. Perspectividad entre formas de primer y segundo orden.....	172
5.2.3. Propiedades de las series y haces de segundo orden.....	172
5.3. Proyectividad entre formas elementales de segundo orden.....	173
5.3.1. Introducción.....	173
5.3.2. Proyectividad entre series y haces circulares.....	174
5.3.3. Proyectividad entre series y haces de segundo orden.....	179
5.4. Generación de las cónicas.....	179
5.5. Clasificación proyectiva de las cónicas.....	181
5.6. Teorema de Pascal.....	181
5.7. Aplicación del teorema de Pascal al trazado de cónicas.....	183
5.8. Teorema de Brianchon.....	186
5.9. Aplicación del teorema de Brianchon al trazado de cónicas.....	187
5.10. Cónicas inscritas y circunscritas a un cuadrilátero.....	190
5.11. Ejercicios.....	192
5.11.1. Enunciados.....	192
5.11.2. Resoluciones.....	196
TEMA 6. POLARIDAD PLANA.....	201
6.1. Polaridad plana. Generalidades.....	201
6.1.1. Concepto de polaridad.....	201
6.1.2. Definiciones.....	201
6.2. Polaridad respecto a una cónica.....	202
6.2.1. Polo y polar respecto a una cónica.....	202
6.2.2. Elementos conjugados.....	204

6.2.3. Polaridad en series y haces de segundo orden.....	204
6.2.4. Construcción de polos y polares	206
6.2.5. Polos y polares de elementos impropios	208
6.3. Polaridad respecto a la circunferencia.....	209
6.3.1. Propiedades	209
6.3.2. Construcción de polos y polares	210
6.3.3. Polaridad en circunferencias ortogonales	212
6.4. Ejercicios	214
6.4.1. Enunciados	214
6.4.2. Resoluciones	217
TEMA 7. ESTUDIO PROYECTIVO DE LAS CÓNICAS	221
7.1. Conceptos generales.....	221
7.1.1. Definiciones y clasificación	221
7.1.2. Generación.....	222
7.1.3. Centro, diámetros conjugados, ejes y vértices	225
7.1.4. Focos y directrices.....	225
7.2. Propiedades métricas de las cónicas	226
7.2.1. Elipse	226
7.2.2. Parábola	227
7.2.3. Hipérbola.....	228
7.3. Naturaleza de las cónicas generadas mediante series y haces de primer orden	229
7.3.1. Naturaleza de las cónicas generadas mediante haces de rectas proyectivos	230
7.3.2. Naturaleza de las cónicas generadas mediante series rectilíneas proyectivas	232
7.4. Homología y afinidad en las cónicas. Aspectos generales	234
7.5. Homología de la circunferencia	235
7.5.1. Elipse homológica de una circunferencia	235
7.5.2. Parábola homológica de una circunferencia	237
7.5.3. Hipérbola homológica de una circunferencia	238
7.5.4. Elipse afín de una circunferencia	240
7.6. Construcción por homología de cónicas definidas por cinco elementos	240
7.6.1. Generalidades	240
7.6.2. Número de soluciones	242
7.6.3. Cónica definida por cinco puntos	243
7.6.4. Cónica definida por cuatro puntos y una tangente	244
7.6.5. Cónica definida por cuatro puntos y la tangente en uno de ellos	244
7.6.6. Cónica definida por tres puntos y dos tangentes	246
7.6.7. Cónica definida por tres puntos, la tangente en uno de ellos y otra tangente	246
7.6.8. Cónica definida por tres puntos y las tangentes en dos de ellos.....	248
7.6.9. Cónica definida por dos puntos y tres tangentes	249
7.6.10. Cónica definida por dos puntos, la tangente en uno de ellos y otras dos tangentes.....	250
7.6.11. Cónica definida por dos puntos, las tangentes en ambos y otra tangente	251
7.6.12. Cónica definida por un punto y cuatro tangentes	252
7.6.13. Cónica definida por un punto, la tangente en este punto y otras tres tangentes.....	253
7.6.14. Cónica definida por cinco tangentes.....	254

7.7. Procedimientos proyectivos para la construcción de cónicas.....	256
7.7.1. Elementos que definen una cónica	256
7.7.2. Trazado de puntos de una elipse.....	258
7.7.3. Determinación de los ejes y focos de una elipse.....	262
7.7.4. Trazado de tangentes en punto de una elipse	265
7.7.5. Trazado de las tangentes a una elipse desde un punto exterior.....	266
7.7.6. Trazado de las tangentes a una elipse paralelas a una dirección.....	267
7.7.7. Intersección de recta y elipse	269
7.7.8. Trazado de puntos de una parábola.....	270
7.7.9. Determinación del foco y de la directriz de una parábola	274
7.7.10. Trazado de tangentes en puntos de una parábola.....	276
7.7.11. Trazado de las tangentes a una parábola desde un punto exterior.....	276
7.7.12. Trazado de la tangente a una parábola paralela a una dirección	277
7.7.13. Intersección de recta y parábola	279
7.7.14. Trazado de puntos de una hipérbola.....	280
7.7.15. Determinación de los focos y de los vértices de una hipérbola	288
7.7.16. Trazado de tangentes en puntos de una hipérbola.....	291
7.7.17. Trazado de las tangentes a una hipérbola desde un punto exterior.....	292
7.7.18. Trazado de las tangentes a una hipérbola paralelas a una dirección.....	294
7.7.19. Intersección de recta e hipérbola.....	295
7.8. Cónicas homológicas.....	296
7.8.1. Cónicas homológicas de la elipse	296
7.8.2. Cónicas homológicas de la parábola	301
7.8.3. Cónicas homológicas de la hipérbola	304
7.8.4. Elipses afines.....	307
7.8.5. Parábolas afines.....	309
7.8.6. Hipérbolas afines	310
7.9. Ejercicios	311
7.9.1. Enunciados.....	311
7.9.2. Resoluciones	323
TEMA 8. PROYECTIVIDAD ENTRE FORMAS DE TERCERA CATEGORÍA.....	339
8.1. Formas de tercera categoría.....	339
8.2. Proyectividad entre formas de tercera categoría.....	339
8.3. Homología de formas de tercera categoría	339
8.3.1. Definición.....	339
8.3.2. Planos límite	341
8.4. Polaridad espacial	341
8.4.1. Generalidades.....	341
8.4.2. Polaridad en la esfera	342
BIBLIOGRAFÍA.....	345