

Índice general

Prefacio	15
I El Principio de la Relatividad y la Relatividad Especial	17
1. Breve repaso a la teoría de Maxwell	19
1.1. El límite a los sistemas continuos	19
1.2. Las leyes de Maxwell	23
1.3. Cantidades conservadas	27
1.4. Potenciales electromagnéticos e invariancia gauge	30
1.5. La Teoría de Maxwell a través del principio variacional	33
1.6. Soluciones de las ecuaciones de Maxwell	36
2. El Principio de la Relatividad	41
2.1. El Principio de la Relatividad	41
2.2. Las simetrías y la forma de las leyes de la física	43
2.3. La invariancia de la mecánica newtoniana y las leyes de Maxwell	46
2.4. El Principio de la Relatividad y el espacio absoluto	50
3. Breve repaso de la relatividad especial	53
3.1. La relatividad del tiempo y el espacio	53
3.2. Las transformaciones de Lorentz	57
3.3. Dinámica relativista	59
3.4. La fuerza de Lorentz y el Principio de la Relatividad	63
3.5. La importancia de la covariancia: una parábola	66
3.6. El espacio de Minkowski	68

4. Álgebra de tensores y transformaciones ortogonales	75
4.1. El convenio de sumación de Einstein	75
4.2. Espacios vectoriales y duales	76
4.3. La métrica y las transformaciones ortogonales	80
4.4. Ejemplo concreto	84
4.5. Álgebra de tensores	86
4.6. Ejemplo de un tensor físico	89
4.7. Operaciones con tensores	90
4.8. Apéndice: Covariancia y teoría de representaciones	93
5. Relatividad especial en formulación covariante	97
5.1. El espacio de Minkowski (otra vez)	97
5.2. El grupo de Lorentz	100
5.3. La dinámica relativista covariante	103
5.4. La necesidad de la Relatividad General	110
II Geometría Diferencial	115
6. Variedades y cambios de coordenadas generales	117
6.1. Breve historia de la geometría no-euclídea	117
6.2. Repaso de coordenadas curvilíneas en \mathbb{R}^N	120
6.3. Variedades	123
6.4. Álgebra tensorial en variedades	126
6.5. El símbolo de Levi-Civita y densidades tensoriales	128
6.6. Integración y elementos de volumen invariantes	130
6.7. Ejemplo concreto: cambios de coordenadas en \mathbb{S}^2	132
7. Conexión afín y curvatura	135
7.1. Transporte paralelo y la conexión afín	135
7.2. La derivada covariante	139
7.3. Curvatura y el tensor de Riemann	141
7.4. Ejemplo concreto: distintas conexiones en \mathbb{R}^2	143
7.5. Tensores de curvatura	144
7.6. Geodésicas afines y métricas	146
7.7. Apéndice: La derivada covariante de densidades tensoriales	148

8. Cálculo tensorial con la conexión de Levi-Civita	151
8.1. La conexión de Levi-Civita	151
8.2. Levi-Civita y la derivada del elemento de volumen	153
8.3. Las simetrías de los tensores de curvatura	154
8.4. Ejemplo concreto: tensores de curvatura de la \mathbb{S}^2	155
8.5. Operadores diferenciales en variedades arbitrarias	157
8.6. Las coordenadas localmente inerciales	159
8.7. Geodésicas con Levi-Civita	162
8.8. Desviación geodésica	163
8.9. Ejemplo concreto: geodésicas en la \mathbb{S}^2	165
III Relatividad General	169
9. El Principio de Equivalencia	171
9.1. Masa gravitatoria y masa inercial	171
9.2. El Principio de Equivalencia para campos homogéneos	173
9.3. Experimentos en un ascensor	176
9.4. El Principio de Equivalencia para campos inhomogéneos	178
9.5. Implicaciones matemáticas del Principio de Equivalencia	180
9.6. Curvatura, sensación de peso y sistemas inerciales	182
10. Las ecuaciones de Einstein	187
10.1. El tensor de energía-momento	187
10.2. Las ecuaciones de Einstein	192
10.3. Física en espacios curvos y la acción de Einstein-Hilbert	195
10.4. La estructura local y global del espaciotiempo	201
11. Los tests clásicos de la Relatividad General	207
11.1. El límite newtoniano	207
11.2. El perihelio de Mercurio	210
11.3. La deflexión de la luz	214
11.4. El efecto Doppler gravitacional	218
11.5. El efecto Shapiro	220
11.6. Tests modernos de la Relatividad General	222

IV Soluciones de las Ecuaciones de Einstein	227
12. La solución de Schwarzschild	229
12.1. La derivación de la solución de Schwarzschild	229
12.2. Estructura causal de la solución de Schwarzschild	234
12.3. Las coordenadas de Eddington-Finkelstein	237
12.4. Colapso gravitacional y formación de agujeros negros	243
13. El agujero negro de Reissner-Nordström	249
13.1. Reissner-Nordström como solución de Einstein-Maxwell	249
13.2. Los horizontes en Reissner-Nordström	252
13.3. La estructura causal de Reissner-Nordström subextremal	254
13.4. El agujero negro de Reissner-Nordström extremal	259
14. Agujeros negros con rotación	263
14.1. La solución de Kerr en diversas coordenadas	263
14.2. Los horizontes y la ergosfera de la solución de Kerr	266
14.3. La solución de Kerr-Newman	269
14.4. El arrastre de sistemas inerciales	271
14.5. El proceso de Penrose y la extracción de energía	274
14.6. El teorema del área	278
14.7. Termodinámica de los agujeros negros	279
14.8. Agujeros negros cuánticos	281
15. Cosmología relativista	287
15.1. Relatividad General y cosmología	287
15.2. La métrica de Friedmann-Robertson-Walker	289
15.3. Las ecuaciones de Friedmann	293
15.4. Distancias y horizontes cosmológicos	295
15.5. El contenido de energía y materia del universo	301
15.6. Soluciones cosmológicas	303
16. Cosmología moderna	315
16.1. Breve historia de la cosmología temprana	315
16.2. El Big Bang caliente y sus problemas observacionales	318
16.3. Inflación	322
16.4. Determinación de los parámetros cosmológicos	327

16.5. El Modelo Estándar de la Cosmología: Λ CDM	332
17. Expansión del campo débil y ondas gravitacionales	337
17.1. Perturbaciones de métricas arbitrarias	337
17.2. Ondas en Minkowski y el espín del campo gravitatorio	341
17.3. Fuentes de ondas gravitacionales	346
17.4. Ondas gravitacionales emitidas por un sistema binario	349
17.5. La detección directa de ondas gravitacionales	351
18. Grados de libertad gravitatorios	357
18.1. La energía del campo gravitatorio	357
18.2. Perturbaciones escalares y vectoriales en métricas FRW	360
18.3. Grados de libertad dinámicos y ligaduras	363
18.4. Gravitomagnetismo	366
18.5. Fuerza de Lorentz gravitomagnética	367
18.6. Soluciones gravitomagnéticas	369
19. Soluciones exactas de ondas gravitacionales	373
19.1. Coordenadas del cono de luz	373
19.2. Las coordenadas de Rosen	374
19.3. Ondas pp en coordenadas de Brinkmann	376
19.4. Ondas gravitacionales planas	379
19.5. El límite de Penrose	381
20. Soluciones misceláneas	385
20.1. Condiciones de energía	385
20.2. El espacio de Minkowski con direcciones compactas	387
20.3. El espacio de Rindler	390
20.4. La solución interior de Schwarzschild	393
20.5. El espacio de De Sitter	396
20.6. El espacio de anti-De Sitter	399
20.7. La métrica de Kasner	402
20.8. El universo de Gödel	404

V	Relatividad General Avanzada	409
21.	Las álgebras de $SO(3)$ y $SU(2)$	411
21.1.	De grupos a álgebras	411
21.2.	Las representaciones de $SO(3)$ y $SU(2)$	413
21.3.	Breve repaso de álgebra compleja	417
21.4.	Espinores en \mathbb{R}^3	420
22.	Las álgebras de Lorentz y de Poincaré	425
22.1.	El álgebra de Lorentz	425
22.2.	Las representaciones del álgebra de Lorentz	428
22.3.	Gammátrica y el álgebra de Clifford	431
22.4.	Los espinores de Dirac	434
22.5.	Los espinores de Weyl	438
22.6.	El grupo de Lorentz y $SL(2, \mathbb{C})$	444
22.7.	El álgebra de Poincaré	448
23.	Derivadas de Lie y vectores de Killing	453
23.1.	Cambios generales de coordenadas infinitesimales	453
23.2.	La derivada de Lie y los corchetes de Lie	457
23.3.	Vectores de Killing	461
23.4.	Ejemplos concretos: vectores de Killing de la \mathbb{S}^2 y del espacio de Minkowski	463
23.5.	Espacios máximamente simétricos	466
23.6.	Cantidades conservadas	468
24.	Transformaciones de Weyl y diagramas de Penrose	473
24.1.	Transformaciones conformes en el espacio plano	473
24.2.	Transformaciones de Weyl para métricas arbitrarias	477
24.3.	El diagrama de Penrose del espacio de Minkowski	482
24.4.	Los diagramas de Penrose de soluciones cosmológicas	486
24.5.	Los diagramas de Penrose de agujeros negros	492
25.	Geometría diferencial desde el espacio tangente	497
25.1.	Cambios de coordenadas en el espacio tangente	497
25.2.	Los postulados del Vielbein	501
25.3.	Tensores de curvatura desde el espacio tangente	502
25.4.	Ejemplo concreto: Vielbein y conexiones de espín para la \mathbb{S}^2	503

25.5. Las ecuaciones de Einstein desde el espacio tangente	504
25.6. Las coordenadas de observadores acelerados	506
25.7. Espinores en variedades curvas	509
26. El formalismo hamiltoniano en Relatividad General	513
26.1. La geometría de hipersuperficies	513
26.2. Curvatura extrínseca	515
26.3. Ejemplo concreto: una sección hiperbólica en $\mathbb{R}^{1,3}$	519
26.4. La descomposición $3 + 1$	520
26.5. El formalismo hamiltoniano en Klein-Gordon y Maxwell	522
26.6. La formulación ADM de la Relatividad General	526
26.7. La masa ADM y el término de Gibbons-Hawking-York	528
27. Gravedad como una teoría gauge	533
27.1. Teoría de Maxwell como teoría gauge $U(1)$	533
27.2. Gaugear grupos no-abelianos: Teoría de Yang-Mills	536
27.3. Gaugear el álgebra de Poincaré	539
27.4. Gaugear el álgebra de (anti-)De Sitter	544
28. El formalismo Fierz-Pauli	549
28.1. El teorema de Noether	549
28.2. Electromagnetismo como una teoría relativista de espín 1	552
28.3. El procedimiento de Noether en teoría de Maxwell	554
28.4. Gravedad como una teoría relativista de espín 2	556
28.5. Acoplo a la materia	558
28.6. Consistencia de la teoría y procedimiento de Noether	559
28.7. Correcciones de orden más alto y la Relatividad General	562
29. Teoría de Maxwell y formas diferenciales	567
29.1. El efecto Aharonov-Bohm	567
29.2. Dualidad electromagnética	572
29.3. El monopolo de Dirac	575
29.4. Formas diferenciales	579
29.5. Teoría de Maxwell en el lenguaje de formas	582
29.6. Formas cerradas y exactas	584
29.7. La cohomología de De Rham	587
29.8. Relatividad General en el lenguaje de formas	591

30. Teoría de Kaluza-Klein	595
30.1. Dimensiones extras y compactificación dimensional	595
30.2. La descomposición de la métrica	599
30.3. De gravedad pura a Einstein-Maxwell-escalar	601
30.4. Ejemplo concreto: el agujero negro de Kaluza-Klein	606
30.5. Fenomenología e importancia	608
A. Dimensiones y unidades	611
B. Convenios	613
B.1. Brevísimo repaso de la Mecánica Analítica	613
B.2. Relatividad Especial	615
B.3. Geometría diferencial	616
B.4. Relatividad General	617
C. Referencias	619
Índice alfabético	623
Agradecimientos	637